

ACTAS
VIII CONGRESO INTERNACIONAL
AR&PA 2012

innovación en el patrimonio

Valladolid. 24 - 27 mayo de 2012



Con el patrocinio
de la UNESCO



Bankia



CASTILLA Y LEÓN

es vida



Junta de
Castilla y León

© De los textos y fotografías:
Los autores

© 2013, de esta edición:
Junta de Castilla y León
Consejería de Cultura y Turismo

Diseño y maquetación:
porENDE estudio gráfico

Organización del Congreso

Dirección General de Patrimonio Cultural
Consejería de Cultura y Turismo
Junta de Castilla y León

Presidente de la Junta de Castilla y León:
Juan Vicente Herrera Campo

Consejera de Cultura y Turismo:
Alicia García Rodríguez

Secretario General de la Consejería de Cultura y Turismo:
José Rodríguez Sanz-Pastor

Director General de Patrimonio Cultural:
Enrique Saiz Martín

Director del Congreso:

Juan Carlos Prieto Vielba
Director General de la Fundación Santa María la Real
Aguilar de Campoo, Palencia.

Secretaría técnica

Servicio de Planificación y Estudios
Dirección General de Patrimonio Cultural

Fundación Santa María la Real
Aguilar de Campoo, Palencia

Secretaría del congreso: arpa@jcyl.es
www.jcyl.es/arpa

Lugar de celebración

Feria de Valladolid
Avda. de Ramón Pradera, s/n
47009-Valladolid
www.feriavalladolid.com

Fechas de Celebración

Del 24 al 27 de mayo de 2012

Comité científico

Por la Junta de Castilla y León:

Ana Carmen Pascual Díez
José Luis Cortés Herreros
Silvia Escuredo Hogan
Jesús del Val Recio
Carlos Tejedor Barrios
Marco Antonio Garcés Demaison
Benito Arnáiz Alonso

Centro de Conservación y Restauración de Bienes Culturales de Castilla y León:

Milagros Burón Álvarez

Museo Arqueológico de Asturias:

José Javier Fernández Moreno

Universidad de Alcalá de Henares:

Javier Rivera Blanco

Universidad de Valladolid:

Germán Delibes de Castro
Miguel Ángel de la Iglesia

IE University:

Miguel Larrañaga Zulueta

Tecnalia:

Isabel Rodríguez-Maribona

Centro Tecnológico Cartif:

Pedro Martín Leronés

Entidades Colaboradoras

UNESCO
BANKIA



Método de modulación y dimensionado de la arquitectura histórica

Francisco Roldán

Departamento de Construcciones Arquitectónicas de la Universidad de Granada

foldan@ugr.es



Valladolid 24 - 27 mayo de 2012

Figura 1

Unidades duodecimales

¹ A lo largo de la historia se han utilizado otras bases aritméticas: el sistema binario de base 2, el ternario de base 3, el quinario de base 5, el octal de base 8, el actual decimal de base 10, el hexadecimal de base 16 y el vigesimal de base 20. Pero tanto el sistema duodecimal como el sexagesimal admite mayor número de fracciones a nivel aritmético, y a nivel geométrico son compatibles tanto con tramas cuadradas como con tramas triangulares-exagonales.

² La variación constatada en la dimensión de las distintas unidades era un gran inconveniente del sistema clásico de proporciones, pero no era el único. Por ejemplo, Filarete (1990:52-53), en su *Tratado de Arquitectura*, describe un sistema de módulos distinto al definido por Vitruvio (2007). Y pone de manifiesto el problema lingüístico que se producía al utilizar denominaciones similares para las unidades, pero que correspondían a fracciones distintas del módulo antropométrico. A lo que hay que añadir que, incluso en el mismo ámbito, una misma unidad podía tener distinta dimensión en función del tipo de mercancía que debía medir. La variedad de medidas y de unidades ha propiciado siempre una gran cantidad

Introducción

Se propone un método para obtener la modulación y dimensionado de los edificios del pasado. Se basa en un sistema de doble escala, con una base aritmética duodecimal y una base gráfica octogonal. Los módulos se determinan sobre los dos ejes ortogonales de referencia.

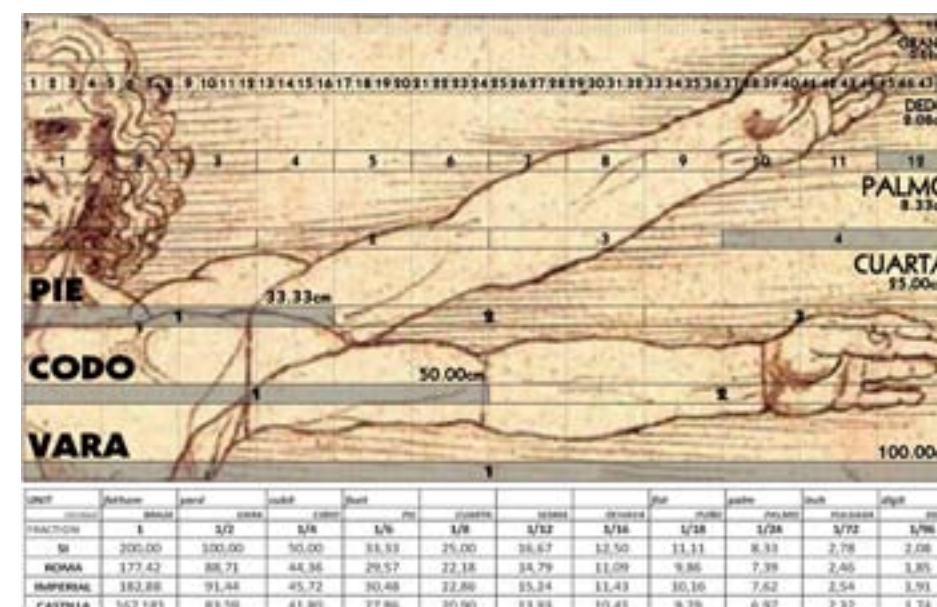
Base aritmética duodecimal

El sistema clásico de unidades antropométricas de base 12 tiene un origen remoto, como el sistema sexagesimal de base 60 para medir ángulos y tiempo. Históricamente ha sido utilizado de forma generalizada en la determinación de distancias, áreas y volúmenes hasta la adopción del actual sistema métrico internacional¹. Actualmente sobrevive en el sistema métrico imperial y en ámbitos locales aislados.

La magnitud base de longitud L -y por tanto las magnitudes derivadas de superficie L^2 y volumen L^3 - se define a partir de una unidad base de valor antropométrico que corresponde con la altura del hombre. Las unidades derivadas se determinan por fracciones de la base aritmética duodecimal (factores primos de la base 2,3).

$$L(2,3) = 1, 1/2, 1/3, 1/4, 1/6, 1/8, 1/9, 1/12, \dots$$

Las distintas civilizaciones que han utilizado este sistema nunca establecieron su unidad base como el módulo antropométrico completo (la Braza) -tal vez por resultar demasiado grande y poco práctico-, sino como fracciones de éste (el Pie, el Codo o la Vara). Submúltiplo común es el Palmo (1/24), que se divide en 4 dedos, o en 3 pulgadas en el sistema uncial (figura 1).



El valor dimensional de la unidad base era fijado por cada poder o gobierno -parece ser que de forma arbitraria- de igual manera que se establecía el valor de las unidades del sistema de pesos o de monedas. Por esto no coinciden las dimensiones de las unidades de diferentes ámbitos históricos y locales, aunque en cada uno el sistema de proporciones sea similar².

El relacionar unidades de longitud con partes del cuerpo humano -a modo de código nemotécnico- facilita las operaciones aritméticas sencillas entre las fracciones del sistema Sin embargo esta base no es operativa cuando se divide por otros factores primos (1/5, 1/7, 1/11, ...).

Base gráfica octogonal

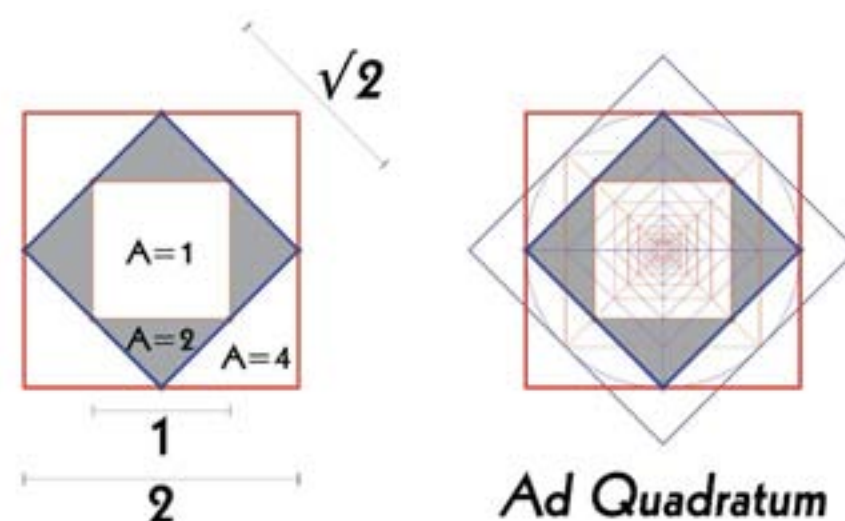
El doble cuadrado girado 45° es uno de los recursos gráficos más utilizados a lo largo de la historia de la arquitectura. Se conoce una herramienta de medida egipcia denominada Doble

Remen, cuyo valor correspondía con la $\sqrt{2}$ -raíz cuadrada de dos- de un Codo.

En todos los tratados medievales y renacentistas³ se utiliza el procedimiento denominado *Ad Quadratum* o "En Cuadratura", consistente en dividir un cuadrado por la mitad de cada uno de sus lados. Unidos estos puntos se obtiene un cuadrado inscrito y girado 45° , cuya superficie es la mitad de la del primero. Si se repite el procedimiento con el segundo cuadrado se obtiene un tercero recto, de lado la mitad que el primero. Su superficie será la mitad de la del segundo y la cuarta parte de la del primero (figura 2).

Estas y otras propiedades se deben al valor irracional $\sqrt{2}$ -que se obtiene de la diagonal del cuadrado- por lo que el recurso fue muy utilizado para duplicar y dividir superficies, así como para obtener plantillas dimensionadas con que trazar distintos elementos arquitectónicos⁴.

Esta proporción es la que presentan los formatos DIN A, y la que genera el número plateado $(1 + \sqrt{2})$ y la sucesión de Pell.



Procedimiento de modulación

Se trata de utilizar la base aritmética duodecimal y la base gráfica octogonal conjuntamente.

Una vez establecido el valor del módulo antropométrico, las dimensiones de los distintos elementos del edificio se determinan por alguno de los siguientes procedimientos (figura 3):

- a) Las correspondientes a las unidades del sistema duodecimal
- b) La $\sqrt{2}$ de estos valores
- c) Por combinación de las dos anteriores

La modulación será estática si utiliza uno sólo de estos procedimientos, y dinámica si se usan varios.

Las tramas originadas en modulaciones ortogonales serán estáticas si utilizan el mismo procedimiento en los dos ejes.

Estas tramas modulares serán dinámicas si se utiliza distinto procedimiento en cada eje.

Si son dinámicas octogonales se pueden acotar también los dos ejes girados 45° con sólo intercambiar la escala de los módulos.

Las dimensiones lineales totales de los elementos modulados dinámicamente se expresan mediante binomios con la expresión $a + b\sqrt{2}$ -donde a y b son números enteros-. Estas dimensiones no pueden dividirse en valores enteros porque presentan valores irracionales.

Se admiten modulaciones que se aproximen a unas dimensiones totales determinadas por otro procedimiento modular

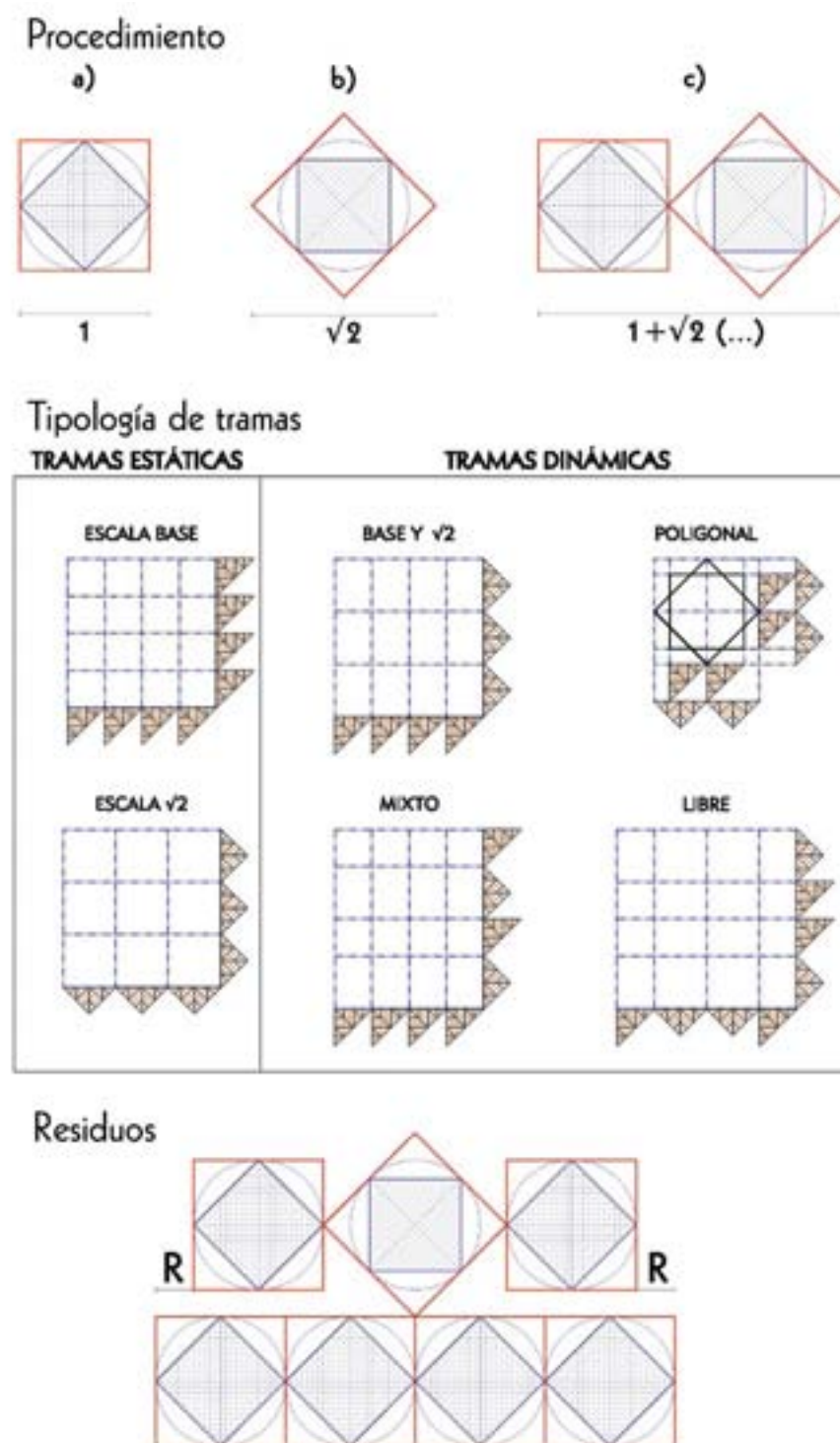
³ Entre los más antiguos podemos citar los de Matthäus Roritzer, Hans Schmuttermayer y Lorenz Lechler, que utilizan el procedimiento profusamente. Los tratadistas renacentistas prefieren usar fracciones mensurables, pero continúan utilizándolo para ciertos trazados (Ruiz de la Rosa 1987).

⁴ La relación entre distintas partes de los edificios según la $\sqrt{2}$ ha sido estudiada por Violet-le-Duc, Jay Hambidge, Tons Brunes (1967), Carol M. Watts (1988) y Rafael Vila (1997), entre otros.

Figura 2
Ad Quadratum

Figura 3
 Procedimiento, Tipología y
 Residuos

⁵ Así se refiere Luca Pacioli (1987:46) en su Divina Proporción Capítulo VIII al indicar que *Dichas partes (...) son irracionales, y en el arte se llaman residuos*.



distinto. Las diferencias o restos irracionales se acumulan simétricamente en los extremos, y reciben el nombre de Residuos⁵ (figura 6).

Ejemplos de aplicación

Se utilizan preferentemente levantamientos fotogramétricos de los edificios como base métrica de referencia, sobre los que se elaboran las modulaciones mediante programas de CAD (Autocad). También se recurre a fotografías orto-proyectadas y a las dimensiones generales documentadas. Si no conocemos estas dimensiones no podemos determinar los valores métricos de los módulos, pero sí las proporciones entre ellos.

Egipto

Templo de Sethy I (siglo XII a.C).
 Adibos (figura 4)

El diseño del pórtico apilastrado de este templo responde a una modulación dinámica. El ancho de cada pilastra es $\sqrt{2}$ y están separadas $1 + \sqrt{2}$, excepto en el hueco central que es más ancho ($2 + \sqrt{2}$). Las pilastras extremas o muros laterales tienen un espesor de 1. Como existen 13 vanos, el ancho total de esta fachada será $16 + 25\sqrt{2}$.

La altura de las pilastras desde el basamento queda determinada por $3(1 + \sqrt{2})$. También el hueco de la puerta se adapta a $1 + \sqrt{2}$ de ancho por el doble de alto.

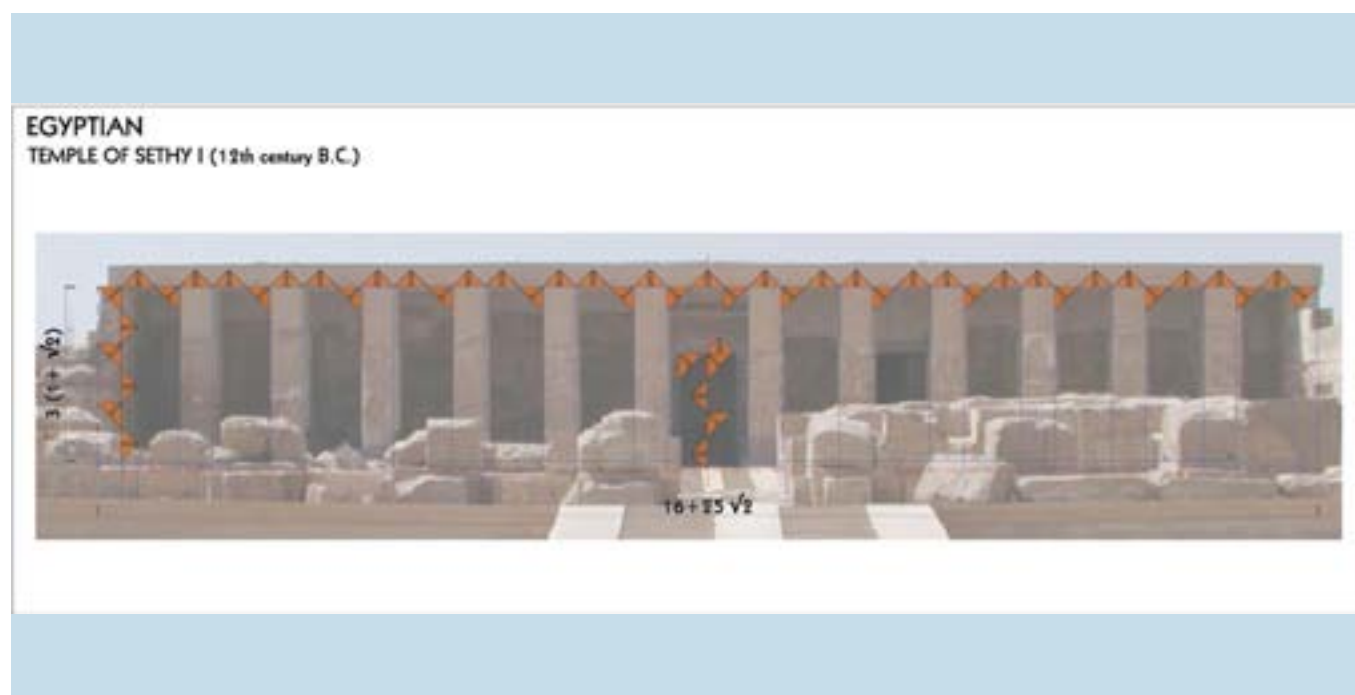


Figura 4
 Templo de Sethy I

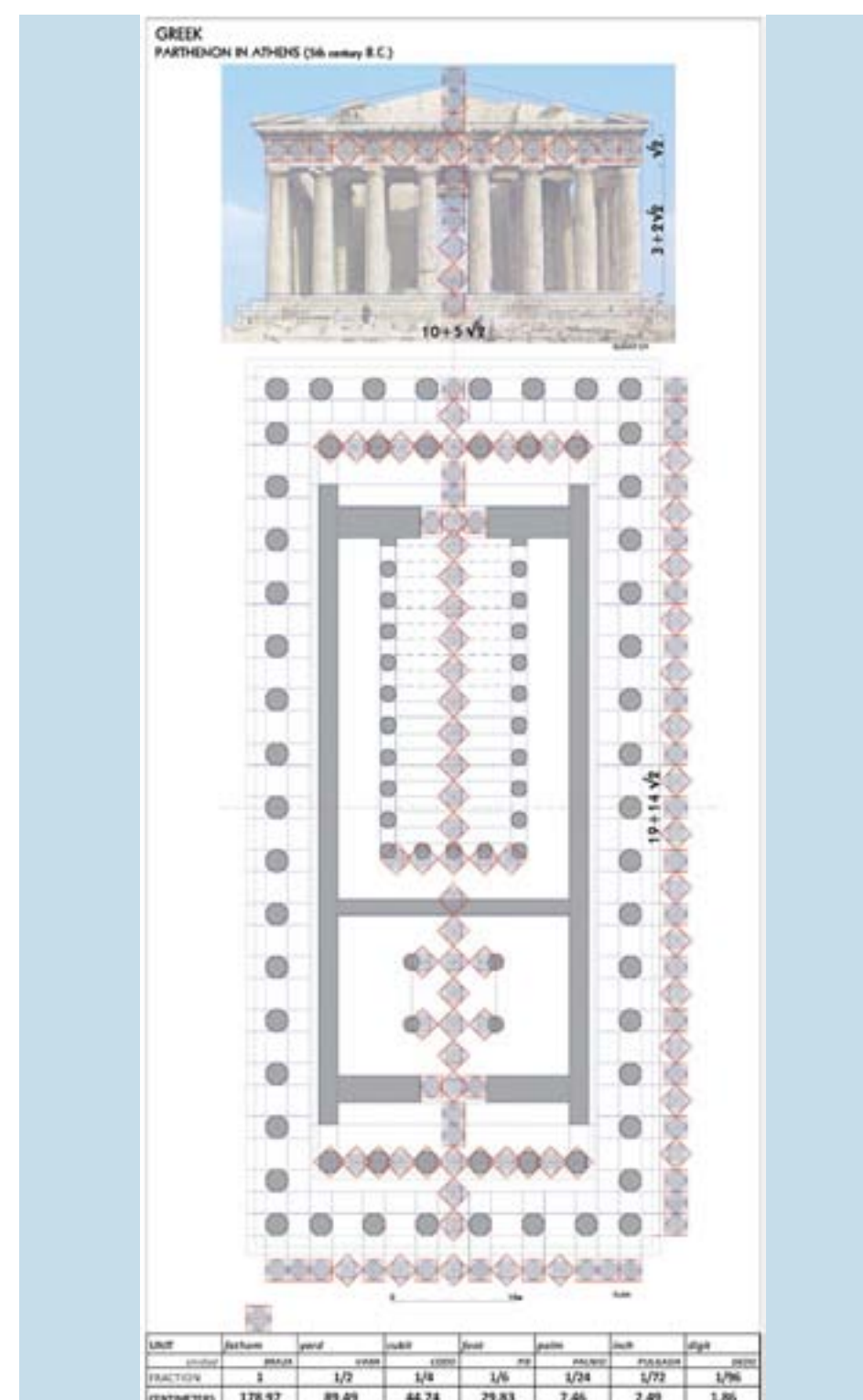
Figura 5
 El Partenón

⁶ En su *Relación de diversas hipótesis sobre las proporciones del Partenón*, Luis Moya (1981) analiza las propuestas de Nicolás Balanos, Jay Hambidge, Viollet-le-Duc, Georges Tubeuf, Lesueur, Charles Chipiez, C.J. Moe, Maruis Clayet-Michaud -sobre el rectángulo de Elisa Maillard-, Henri Trezzini, D.R. Hay, August Thiersch, Alexander Speltz, Zeysing, Mössel, Matila C. Ghyka, Ernst Neufert, Wedelphol, Hans Plessner, Funck-Heller, Otto Hertwing, Odilo Wolff, Karl F. Wieninger, Victor D'Ors, Uhde y

Grecia

El Partenón (siglo V a.C.) Atenas (figura 5)

Las debatidas⁶ proporciones de este templo se ajustan a modulaciones dinámicas, tanto en planta como en altura. Su módulo antropométrico⁷ mide 178,98 cm -que corresponde con un Pie de 29,83 cm-. Sus columnas exteriores tienen 1 módulo de ancho por $3+2\sqrt{2}$ de alto (1043,17 cm). Están separadas entre sí por la $\sqrt{2}$ del módulo, excepto en los extremos donde sólo distan 1 módulo. De esta manera las fachadas principales, con 8 columnas cada una, miden $10+5\sqrt{2}$, mientras que las laterales de 17 columnas tienen $19+14\sqrt{2}$. Sobre ellas descansa el entablamento de $\sqrt{2}$ módulos de altura. En la planta restituida se aprecia el ritmo $\sqrt{2}$ de la disposición de las columnas interiores, que configuran los recorridos y espacios centrales.



otros teóricos. Moya comienza sus conclusiones de la siguiente manera:

El examen de las diversas hipótesis sobre las proporciones del Partenón ha demostrado que no existe ningún sistema que pueda explicar a la vez dos aspectos del problema: el primero, las medidas efectivas que se miden en la realidad actual, y segundo, cómo se llegó a ellas en el trabajo de construcción (p. 146).

Han aparecido otros estudios, generalmente insistiendo en la teoría de La Divina Proporción de Matila C. Ghyka abanderada por Le Corbusier. Destacamos como contrapunto la propuesta de Tons Brunes (1967).

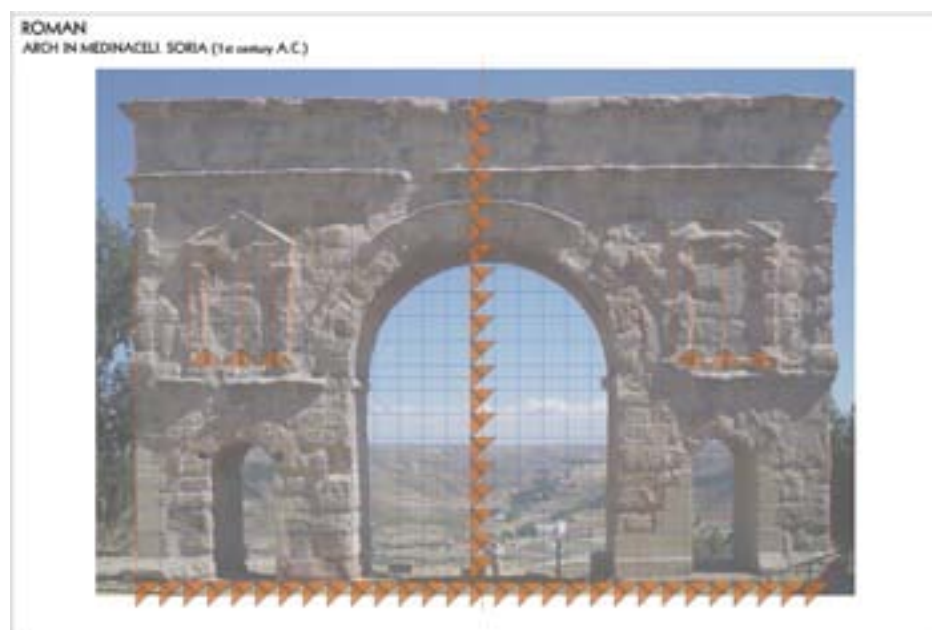
⁷ Deducidas de las mediciones de Nicolás Balanos publicadas por Moya (1981).

⁸ Dimensiones generales publicadas por Lorenzo Abad Casal (2002).

⁹ Imagen publicada en las consultas de los lectores en línea de la revista Nexus Network Journal <http://www.nexusjournal.com/readers-queries-online/229-what-is-this-geometrical-symbol-in-roncesvalles.html> (22/02/12).

Figura 6
Medinaceli

Figura 7
Roncesvalles



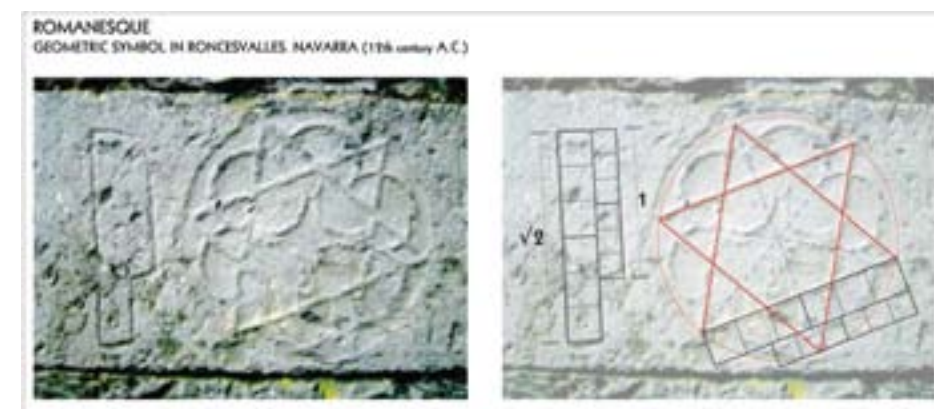
Roma

Arco del Triunfo de Medinaceli (siglo I d. C.)
Soria (figura 6)

La modulación estática en cuadrícula regular domina la composición de esta obra civil romana. Está dimensionado de la siguiente manera: Ancho: $3+3+3+11+3+3+3 = 29$; Alto: $8+9+3 = 20$; Fondo: 4

Al lado del arco central existen sendos templetes formados por dos pilastras corintias rematadas por un frontón triangular. El ancho total de cada templete es de $3\sqrt{2}$ y el del espacio interior se ajusta a $2\sqrt{2}$.

Según las dimensiones generales publicadas⁸ estos módulos corresponden con Codos de valor 45,29 cm -módulo antropométrico de 181,16 cm-.



Románico

Colegiata de Roncesvalles (siglo XII d. C.)
Navarra (figura 7)

Este símbolo geométrico⁹ es un motivo decorativo del románico español, que consiste básicamente en dos triángulos equiláteros inscritos en un círculo. A su izquierda aparece una figura en forma de P. Si se asigna el valor 1 al trazo corto de la P, el trazo largo mide $\sqrt{2}$, el espesor del trazo corto vale $1/6$ y el del trazo largo $\sqrt{2}/6$. El lado del triángulo que genera el exágono estrellado coincide con la dimensión y divisiones del trazo largo $-\sqrt{2}-$. Esta figura en P debe ser una representación de una regla doble utilizada como referencia métrica.

Hispano-musulmán

Madinat Al-Zahra (siglo X d. C.)
Córdoba (figura 8).

La fachada del Salón Rico¹⁰ del califa Abd al-Rahman III en esta ciudad palatina se compone de un pórtico de 5 arcos separados la $\sqrt{2}$ del módulo antropométrico - correspondiente a un Codo de 42,48 cm-. Está enmarcado por un módulo decorativo, siendo el ancho total $2+5\sqrt{2}$ y la altura 4.

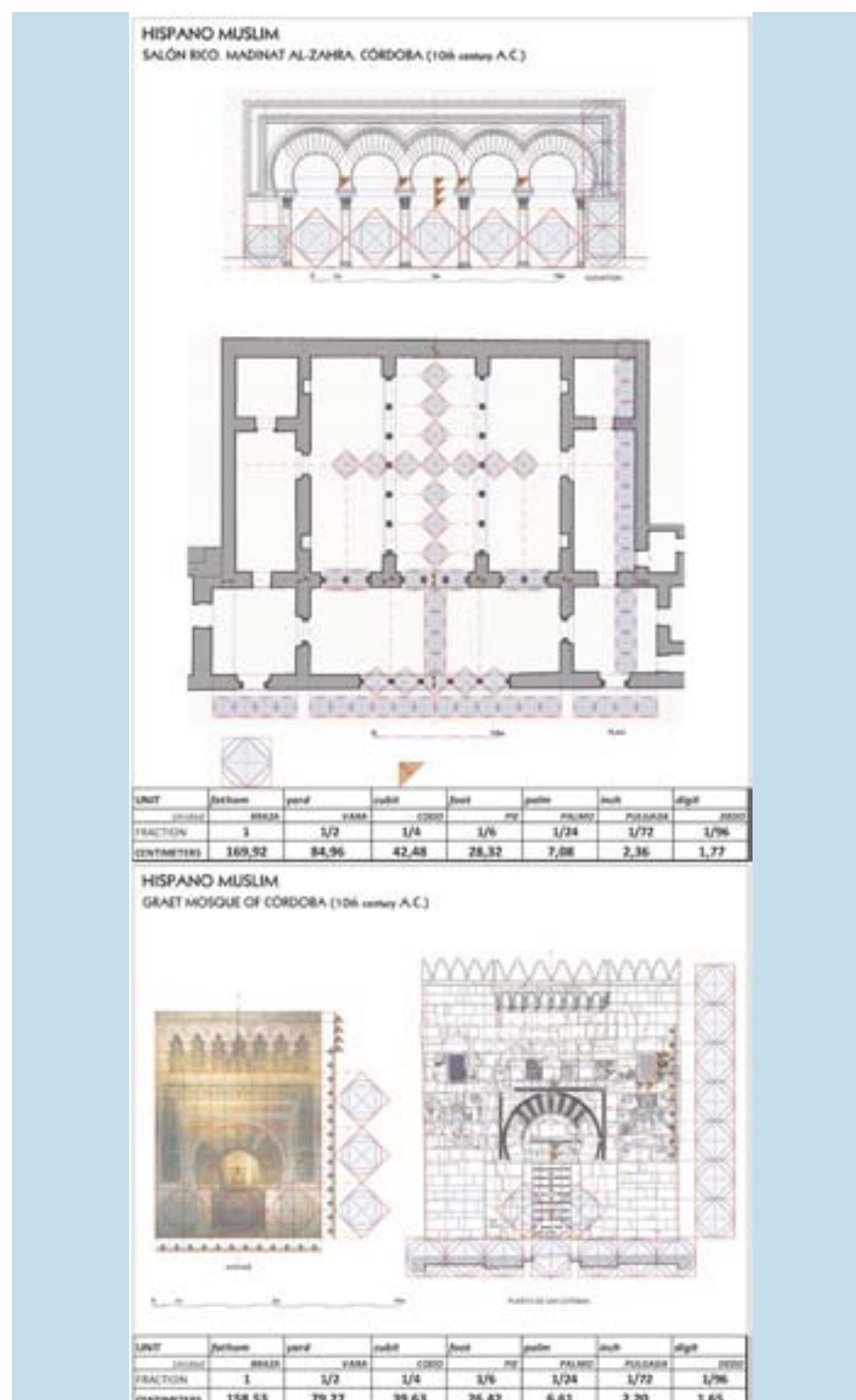
Figura 8

Madinat Al-Zahra y Mezquita Mayor de Córdoba

¹⁰ Fotogrametrías de Antonio Almagro (2011).

¹¹ Fotogrametría de Antonio Almagro (2002).

¹² Francisco Roldán (2011) en base a fotogrametrías de Antonio Almagro y Antonio Orihuela (1997).



En planta se dimensionan los espacios interiores en módulos rectos, excepto toda la arquería del Salón Rico que se ajusta a la escala $\sqrt{2}$. Los espesores de los muros longitudinales se dimensionan de manera dinámica $(1 + \sqrt{2})$. Los dos transversales tienen un ancho de $2\sqrt{2}$ y el del fondo $2 + \sqrt{2}$.

Mezquita Mayor (siglo IX y X d. C.) CÓRDOBA (figura 8).

Dentro de este gran complejo religioso analizamos dos alzados significativos. En la Puerta de San Esteban¹¹ -de la mezquita original del siglo VIII d. C. pero reformada en el siglo IX d. C.- se impone la modulación estática base, excepto ciertos elementos cuya dimensiones quedan determinadas por módulos $\sqrt{2}$, incluso el despiece de cantería. El valor del Codo resultante es de 39.63.

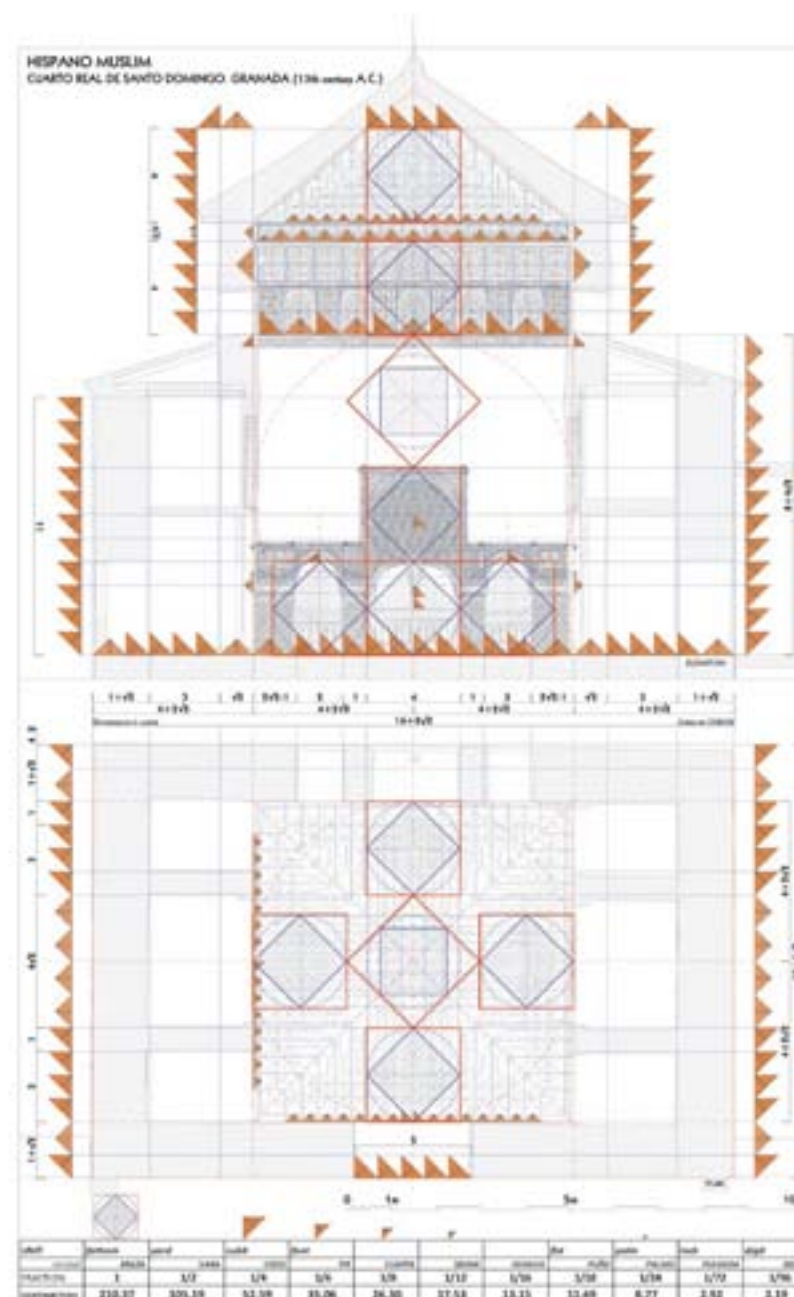
Sin embargo en la fachada de su mihrab -construido en el siglo X d. C.- domina la modulación estática $\sqrt{2}$. El ancho y alto del hueco central hasta el arranque del arco es $\sqrt{2}$. Las mismas dimensiones presentan los zócalos laterales, lo que arroja un ancho total de $3\sqrt{2}$. Ésta es la altura de la portada hasta la arquería superior, cuyas columnas tienen una altura y se distancian entre sí $3/8$ de $\sqrt{2}$ ($3\sqrt{2}$ Cuartas). La composición se remata superiormente dinámicamente, seguramente para ajustarse a la altura del resto de naves.

Cuarto real de Santo Domingo (siglo XIII d. C.) Granada (figura 8).

Se trata de un emblemático palacio real nazarí anterior y muy similar a los de la Alhambra. Los resultados del estudio de su modulación¹² - del que sólo se exponen aquí las dimensiones generales- han permitido al autor establecer las características

Figura 8
 El Cuarto Real de Santo
 Domingo de Granada

de la Metrología de la Arquitectura Clásica descritas en el presente trabajo.



Conclusiones

El sistema métrico deducido coincide con las unidades base y derivadas del conocido canon antropométrico duodecimal, pero incluye otra escala en proporción $\sqrt{2}$ que puede utilizarse por separado o conjuntamente. Como el número primo 2 está contenido en la serie $\sqrt{2}$, podríamos expresarlo así:

$$L(\sqrt{2},3) = (1, \sqrt{2})(1, 1/2, 1/3, 1/4, 1/6, 1/8, 1/9, 1/12, \dots)$$

De esta manera es compatible con los esquemas estáticos en cuadrícula regular, y con todos los diseños *Ad Quadratum* dinámicos generados a partir de simetría octogonal -que son trazados con total control métrico sobre los cuatro ejes de simetría-. Un ejemplo son las complicadas obras de lazo hispano-musulmán propias del denominado “estilo mudéjar”.

Mediante un procedimiento de modulación y trazado -muy sencillo y práctico- este método proporciona además otra gran cantidad de posibilidades combinatorias, buenas aproximaciones a otras constantes arquitectónicas, y facilita la prefabricación en taller.

Se detecta mayor uso de la escala $\sqrt{2}$ en palacios de la realeza, y sobre todo en templos y motivos sagrados.

Se justifica así el principio de proporcionalidad entre las partes, en obras realizadas desde la antigüedad.

El sistema de doble escala expuesto representa una eficaz herramienta para documentar y analizar el patrimonio arquitectónico, y plantea la conveniencia de su aplicación en todo estudio histórico.

Referencias

ABAD CASAL, L. 2002. *El Arco de Medinaceli (Soria, Hispania Citerior)*. Madrid: Real Academia de la Historia.

ALMAGRO, A. y ORIHUELA UZAL, A. 1997. Propuesta de intervención en el Cuarto Real de Santo Domingo (Granada). Valencia: *Loggia*.

ALMAGRO, A. 2002. *Arquitectura de Al-Andalus*. Albolote, Granada: Comares.

ALMAGRO, A. 2011. *Planimetría de Madinat Al-Zahra*. Consejo Superior de Investigaciones Científicas (CSIC). Granada: Real Academia de Bellas Artes de San Fernando.

BRUNES, T. 1967. *The Secrets of Ancient Geometry - and its use*. Copenhagen: International Science Publishers.

FILARETE y PEDRAZA, P. 1990. *Tratado de Arquitectura*. Vitoria: Ephialte.

MOYA BLANCO, L. 1981. Relación de diversas hipótesis sobre las proporciones del Partenón. Madrid: *Boletín de la Real Academia de Bellas Artes de San Fernando*, no. 52, pp. 25-156.

PACIOLI, L., GONZÁLEZ RODRÍGUEZ, A.M. y CALATRAVA, J. 1987. *La Divina Proporción*. Torrejón de Ardoz, Madrid: Akal.

ROLDÁN, F. 2011. *La Escuadra Sagrada*. Madrid: Bubok Publishing S.L.

RUIZ DE LA ROSA, J.A. 1987. *Traza y simetría de la Arquitectura: En la Antigüedad y el Medievo*. Sevilla: Universidad de Sevilla.

VILA RODRÍGUEZ, R. 1997. Estudios compositivos de algunas basílicas paleocristianas de la España romana de los siglos IV - VI. *Antigüedad y Cristianismo: Monografías Históricas sobre la Antigüedad Tardía*, no. 14, pp. 489-500.

VITRUBIO POLIÓN, M., RODRÍGUEZ RUIZ, D. y ORTIZ Y SANZ, J. 2007. *Los diez libros de Arquitectura*. Torrejón de Ardoz, Madrid: Akal.

WATTS, C.M. 1988. *A pattern language for houses at Pompeii Herculaneum and Ostia*.